



Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat.ONLINE

Задача 1. (5 баллов) Полдюжины ананасов стоят столько же, сколько три дюжины слив. Во сколько раз ананас дороже сливы?

Ответ: в 6.

Решение: 6 ананасов равны по стоимости 36 сливам, значит, 1 ананас = 6 слив.

Задача 2. (6 баллов) Есть четыре палочки, длины которых равны 1, 2, 3, 4. Сколькими способами, используя некоторые из них или все, можно сложить треугольник?

Ответ: 3.

Решение: Треугольник может иметь следующие длины сторон: (2, 3, 4), (2, 1 + 3, 4), (1 + 2, 3, 4). Для остальных вариантов не выполняется неравенство треугольника.

Задача 3. (6 баллов) Электронные часы показывают часы, минуты и секунды по 24-часовой шкале. Сколько раз за сутки все шесть цифр меняются одновременно?

Ответ: 3.

Решение: Это происходит, когда меняется цифра десятков в часах, т.е. в 09:59:59, 19:59:59 и 23:59:59.

Задача 4. (7 баллов) Мама и сын родились в один и тот же день. Два года назад в день их рождения мама была в 5 раз старше сына, а ещё через 4 года сын будет втрое младше матери. Сколько сейчас лет сыну и сколько – матери?

Ответ: 8 и 32.

Решение: Пусть два года назад сыну было x лет, а матери $5x$ лет. Спустя 6 лет их возраста будут $(x+6)$ и $(5x+6)$, и по условию $3(x+6)=5x+6$, откуда $2x=12$, $x=6$. Значит, $5x=30$, откуда прибавлением двойки получаем ответ.

Задача 5. (8 баллов) Число 2023 представили в виде суммы нескольких слагаемых, состоящих только из нечётных цифр. Найдите наименьшее возможное количество слагаемых.

Ответ: 3.

Решение: Все слагаемые нечётны, поэтому если их всего два, то сумма чётна. Однако число 2023 нечётное, поэтому слагаемых не меньше трёх. Для трёх слагаемых есть пример: $1999 + 19 + 5 = 2023$.

Задача 6. (11 баллов) В 10:00 телега и рейсовый автобус одновременно выехали из Костромы в Ярославль. Доехав до Ярославля, автобус немедленно отправился в обратный путь и в 12:00 впервые повстречал телегу. Добравшись до Костромы, автобус снова развернулся и опять отправился в Ярославль. Всего он трижды встречал телегу и ещё дважды обгонял её в дороге, а в последний раз догнал её ровно на въезде в Ярославль. В котором часу это случилось? (Телега и автобус движутся с постоянными скоростями.)

Ответ: 18:00.

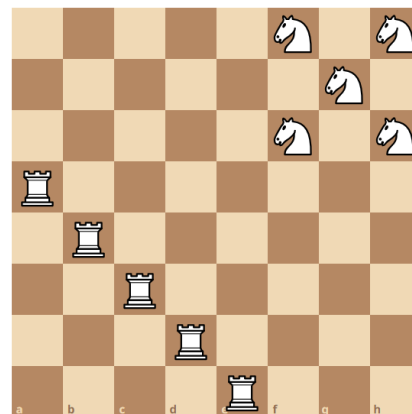
Решение: Из условия понятно, что автобус проехал из Костромы в Ярославль 4 раза, а обратно - 3 раза, а телега за то же время проехала этот путь один раз. Вместе они (каждый со своей скоростью) проделали весь путь 8 раз. Заметим, что к моменту первой встречи автобус не доехал до Костромы ровно столько, сколько телега уже проехала, то есть вместе они за два часа проделали весь путь два раза. Так как до конца весь путь вчетверо длиннее, то и времени на него уйдет вчетверо больше - то есть 8 часов.

Задача 7. (13 баллов) Костя хочет выставить на шахматную доску поровну ладей и коней так, чтобы никакая фигура не била никакую другую. Какое наибольшее число фигур ему удастся поставить?

Ответ: 10.

Решение: Если Костя поставит более пяти ладей, то они будут занимать не менее шести горизонталей и шести вертикалей, значит, не побитыми останутся не более двух горизонталей и двух вертикалей. В их пересечении не более четырёх клеток, при этом кони могут стоять только в этих клетках, поэтому их не может быть столько же, сколько и ладей. Следовательно, Костя может выставить на доску не более пяти ладей и пяти коней.

На рисунке показано, что есть возможность поставить ровно по пять ладей и коней.



Задача 8. (13 баллов) Саша живёт в 10-этажном доме. Каждое утро он спускается со своего этажа до первого этажа на лифте и отправляется в школу. После школы он возвращается домой, но так как рост не позволяет ему дотянуться до кнопки своего этажа, то он доезжает на лифте до максимального этажа, куда может дотянуться, а дальше идёт пешком – втрое медленнее лифта. На каком этаже живёт Саша, если спуск занимает у него 1 минуту, а подъём – 1 минуту 20 секунд?

Ответ: на 7-м.

Решение: Лишние 20 секунд возникают из-за того, что часть пути Саша идет по лестнице, а не едет на лифте. По условию, путь пешком втрое медленнее. Если бы Саше пришлось подниматься с первого этажа, у него бы ушло на это 3 минуты - втрое дольше, чем поездка лифтом, то есть ровно на 120 секунд дольше. Так как у Саши получились лишние 20 секунд, а не 120, то поднимался он всего $\frac{1}{6}$ часть лестницы. Это должно быть целым числом этажей, значит, число этажей, которые едет Саша на лифте вниз, делится на 6. Но так как дом всего 10-этажный, то Саша спускается с 7 этажа.

Задача 9. (15 баллов) Имеется три сосуда, в которых содержатся, соответственно, 10, 30 и 5 литров растворов соляной кислоты. Процентное содержание кислоты во втором сосуде на 10% больше, чем в первом, а содержание кислоты в третьем сосуде равно 40%. Половину раствора из второго сосуда перелили в первый, а другую половину – в третий. После этого процентное содержание кислоты в первом и третьем сосудах стало одинаковым. Сколько процентов кислоты содержал вначале первый раствор?

Ответ: 46%.

Решение: Обозначим содержание соляной кислоты в литре первого раствора через x , тогда во втором оно будет равно $x+0.1$. После переливаний в первом сосуде оказалось $10x + 15(x+0.1)$ кислоты, а в третьем $5 \cdot 0.4 + 15(x+0.1)$. Теперь заметим, что процентное содержание - это количество кислоты, деленное на общую сумму раствора. Решая уравнение $(10x+15x+1.5)/25=(2+15x+1.5)/20$, находим $x=0.46$

Задача 10. (16 баллов) В ребусе $AA^2 + BB^2 = AABV$ буквами А и В обозначены различные цифры. Чему равно число AABV?

Ответ: 8833.

Решение: $AA^2 + BB^2 = (11A)^2 + (11B)^2 = 121(A^2 + B^2)$, а $AABV = 1100A + 11B$. Следовательно, $11(A^2 + B^2) = 100A + B$. Значит, $100A + B = 99A + (A+B)$ делится на 11, откуда $A+B=11$ (сумма должна делиться на 11, но она не больше $9+8=17$). Теперь уже можно записать, что $B=11-A$, и решить полученное квадратное уравнение относительно А. $11(A^2 + (11-A)^2) = 100A + (11-A)$; $2A^2 + 121 - 22A = 9A + 1$; $2A^2 + 120 - 31A = 0$; корни $A=8$ и $A=7.5$; второй корень отбрасываем, так как он не целый.